Cours 6 – 26/09/2024

4. Référentiel non-galiléen; loi de Coriolis

4.3. 2^{nd} loi de Newton dans un référentiel non-galiléen

4.4. Référentiel en translation non-uniforme

4.5. Référentiel en rotation uniforme - Force centrifuge

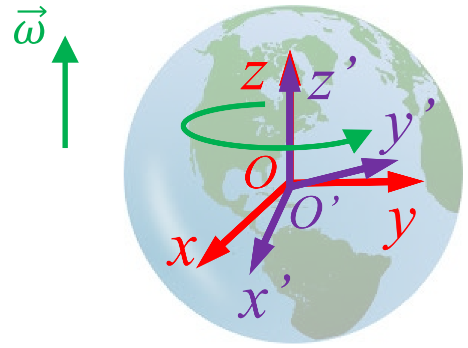
4.6. Force centrifuge et $\vec{g}$ apparent

$$\boxed{m\overrightarrow{a'} = \sum \overrightarrow{F_{ext}} - m\overrightarrow{a_{Cor}} - m\overrightarrow{a_{in}}}$$

4.3. 2nd loi de Newton dans un référentiel non-galiléen

■ Accélération dans un repère fixe pour un point dans un référentiel en rotation

- La 2nd loi de Newton n'est valide que dans un référentiel galiléen. Il faut donc trouver une expression de la 2nd loi de Newton pour un référentiel non galiléen.



Cas de la Terre: le repère R' attaché au référentiel "Terre" est en rotation à la vitesse angulaire $\vec{\omega}$ par rapport au repère R qui lui est attaché à un référentiel galiléen.

L'accélération dans R' s'écrit : $\vec{a'} = \vec{a} - 2\,\vec{\omega} \times \vec{v'} - \vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r'})$

ou encore $m\,\vec{a'} = m\,\vec{a} - m\,2\,\vec{\omega} \times \vec{v'} - m\,\vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r'})$

or $m\vec{a} = \sum_i \overrightarrow{F_{ext,i}}$ 2nd loi de Newton dans un référentiel galiléen

finalement $\boxed{m\,\vec{a'} = \sum_i \overrightarrow{F_{ext,i}} - 2m\,\vec{\omega} \times \vec{v'} - m\,\vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r'})}$ 2nd loi de Newton dans le référentiel R'

4.3. 2nd loi de Newton dans un référentiel non-galiléen

■ 2nd loi de Newton dans R' en rotation à la vitesse angulaire $\vec{\omega}$

$$\boxed{m\overrightarrow{a'} = \sum \overrightarrow{F_{ext}} - m\overrightarrow{a_{Cor}} - m\overrightarrow{a_{in}}}$$

Gaspard-Gustave Coriolis
1792 – 1843

$\overrightarrow{a_{in}} = \vec{\omega} \times \left(\vec{\omega} \times \vec{r'}\right)$ accélération d'inertie (centrifuge)

$\overrightarrow{a_{Cor}} = 2\vec{\omega} \times \vec{v'}$ accélération de Coriolis

Ou encore, on peut écrire une loi de type $m\vec{a} = \Sigma\vec{F}$, avec la prise en compte de deux « <u>forces fictives</u> » :

$$m\overrightarrow{a'} = \sum \overrightarrow{F_{ext}} + \underbrace{\overrightarrow{F_{Cor}}}_{\text{Force de Coriolis}} + \underbrace{\overrightarrow{F_{in}}}_{\text{Force d'inertie/centrifuge}} \quad \text{avec} \quad \begin{cases} \overrightarrow{F_{Cor}} = -\,m\,2\vec{\omega} \times \vec{v'} \\ \overrightarrow{F_{in}} = -m\,\vec{\omega} \times \left(\vec{\omega} \times \vec{r'}\right) \end{cases}$$

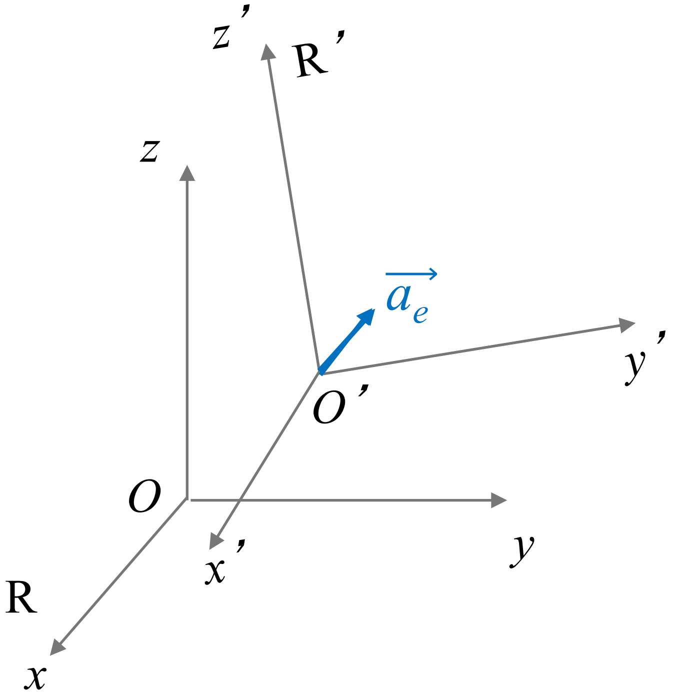
<u>Remarque</u> : la force d'inertie (d'entrainement ou centrifuge) et la force de Coriolis sont improprement appelées «force». Il est en revanche correct de parler d'accélération d'inertie (centrifuge) et d'accélération de Coriolis, celles-ci découlant du mouvement de rotation du référentiel R' dans lequel se trouve l'observateur.

4.3. 2nd loi de Newton dans un référentiel non-galiléen

■ 2nd loi de Newton dans R' en accélération uniforme $\overrightarrow{a_e}$ par rapport à R

$$\boxed{m\overrightarrow{a'} = \sum \overrightarrow{F_{ext}} - m\overrightarrow{a_e}}$$

$\overrightarrow{a_e}$ accélération d'inertie ou d'entrainement du référentiel non galiléen.



Loi de type $m\vec{a} = \Sigma\vec{F}$, avec introduction d'une force fictive :

$$\boxed{m\overrightarrow{a'} = \sum \overrightarrow{F_{ext}} + \overrightarrow{F_e} \quad \text{avec } \overrightarrow{F_e} = -m\overrightarrow{a_e}}$$

Force d'entraînement

4.3. 2nd loi de Newton dans un référentiel non-galiléen

Résumé

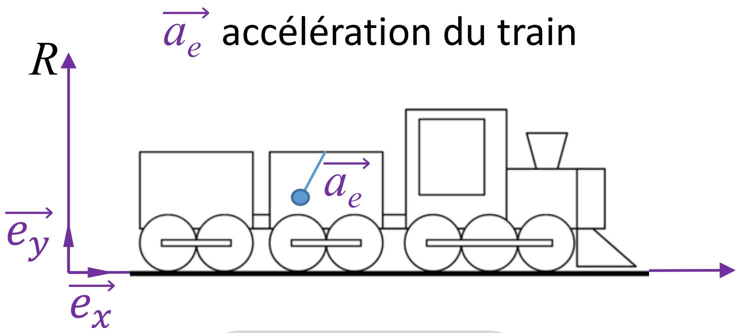
	Référentiel en translation avec une accélération constante $\overrightarrow{a_e}$ Exemple : train qui démarre	Référentiel en rotation avec vitesse angulaire constante $\vec{\Omega}$ Exemple : la Terre
Objet immobile $\vec{v'} = \vec{0}$ $\vec{a'} = \vec{0}$	$m\vec{a'} = \vec{0} = \sum \overrightarrow{F_{ext}} - m\overrightarrow{a_e}$	$m\vec{a'} = \vec{0} = \sum \overrightarrow{F_{ext}} - m\vec{\Omega} \times \left(\vec{\Omega} \times \vec{r'}\right)$ *Pas de force de Coriolis*
Objet à vitesse cte $\vec{v}'$ $\vec{a'} = \vec{0}$	$m\vec{a'} = \vec{0} = \sum \overrightarrow{F_{ext}} - m\overrightarrow{a_e}$	$m\vec{a'} = \vec{0} = \sum \overrightarrow{F_{ext}} - 2m\vec{\Omega} \times \vec{v'} - m\vec{\Omega} \times \left(\vec{\Omega} \times \vec{r'}\right)$
Objet à vitesse variable $\vec{v'}$ $\vec{a'} \neq \vec{0}$	$m\vec{a'} = \sum \overrightarrow{F_{ext}} - m\overrightarrow{a_e}$	$m\vec{a'} = \sum \overrightarrow{F_{ext}} - 2m\vec{\Omega} \times \vec{v'} - m\vec{\Omega} \times \left(\vec{\Omega} \times \vec{r'}\right)$

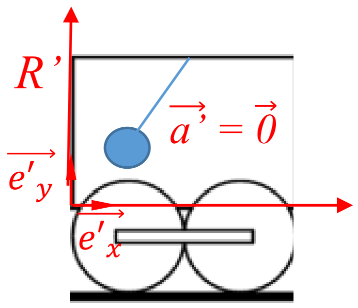
4.4. Référentiel en translation non-uniforme

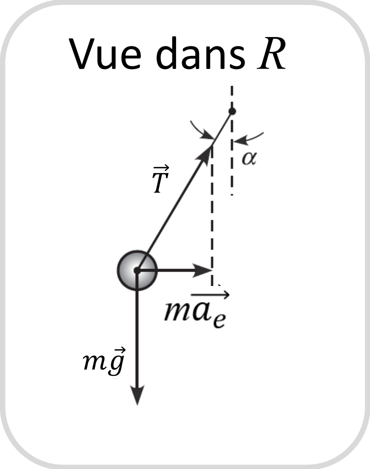
■ Objet immobile dans un référentiel uniformément accéléré en translation : $\overrightarrow{a_e} = \overrightarrow{\text{cte}}$ et $\overrightarrow{\omega_e} = \vec{0}$

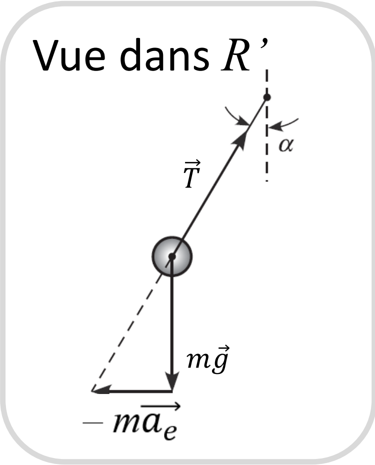
Expression de la 2nd loi de Newton pour un référentiel non-galiléen : $\boxed{m\overrightarrow{a'} = \sum \vec{F}_{ext} - m\overrightarrow{a_e}}$

Exemple : un pendule dans un train accéléré sur un rail horizontal









Dans R (l'objet est accéléré $\overrightarrow{a_{in}} = \overrightarrow{a_e}$) :

$$m\vec{a} = m\overrightarrow{a_e} = \vec{T} + m\vec{g}$$

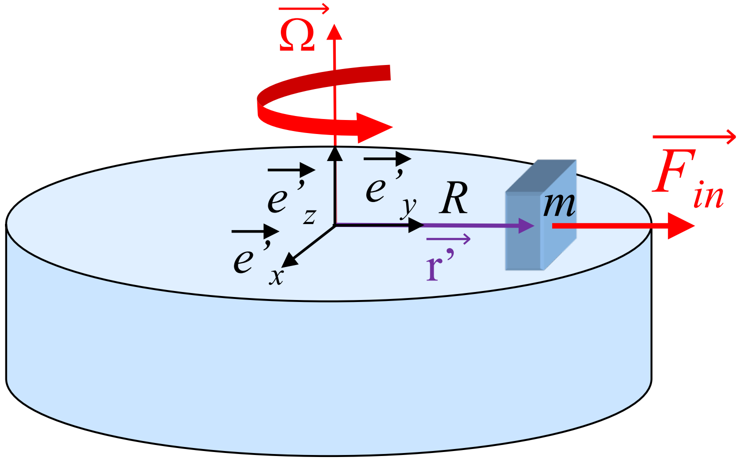
Dans R' ($\overrightarrow{a'} = \vec{0}$ car objet immobile) :

$$m\overrightarrow{a'} = \vec{0} = \vec{T} + m\vec{g} - m\overrightarrow{a_e}$$

4.5. Référentiel en rotation uniforme - Force centrifuge

■ Objet immobile dans un référentiel en rotation uniforme : $\vec{v}'=\vec{0}$ et $\vec{\Omega} = \overrightarrow{\text{cte}}$

Si l'objet est immobile ($\vec{v}'=\vec{0}$) alors la force de Coriolis est nulle car $\overrightarrow{F_{Cor}} = -2m\vec{\Omega} \times \vec{v}'$.
En revanche, l'objet est soumis à la <u>force d'inertie</u>, appelée aussi <u>force centrifuge</u>.



Par définition, pour un référentiel en rotation uniforme :

$$\overrightarrow{F_{in}} = -m\vec{\Omega} \times (\vec{\Omega} \times \vec{r'}) \quad \textit{Force centrifuge}$$

$$\vec{\Omega} \times \vec{r}' = -(\Omega R)\, \vec{e}'_x$$

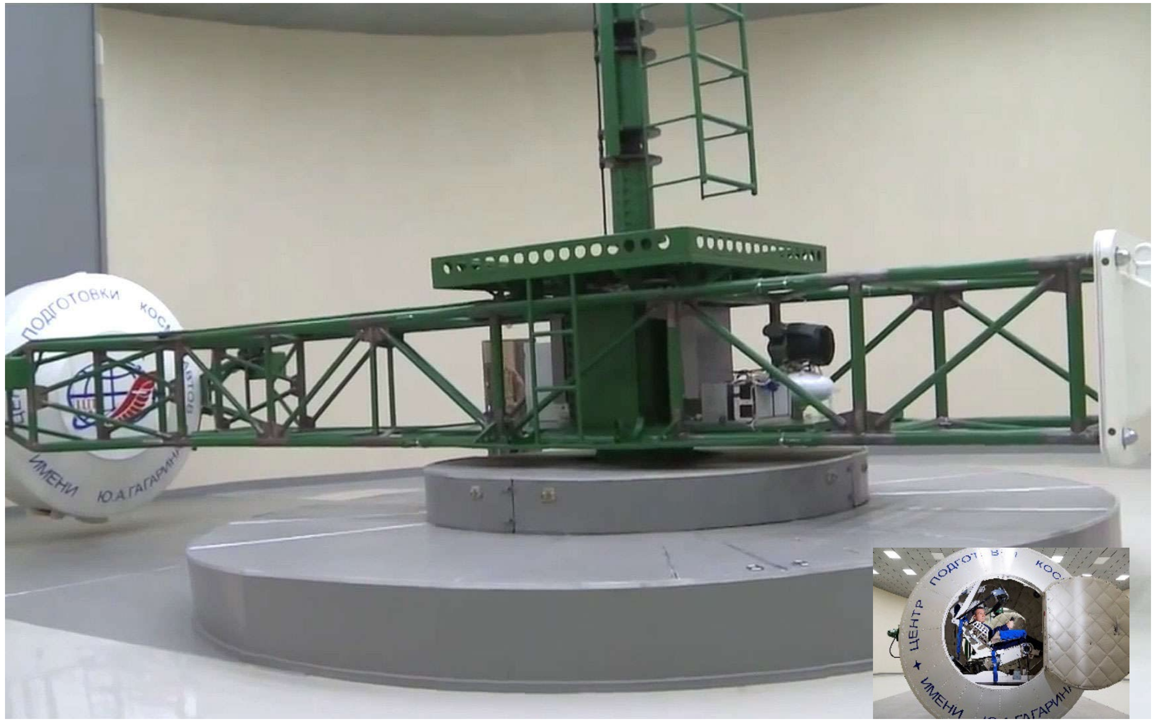
$$\boxed{\overrightarrow{F_{in}} = m\Omega^2 R\overrightarrow{e'_y}}$$

force d'inertie, dite aussi "centrifuge"

<u>Application numérique</u> : pour une vitesse de rotation de 1 tour par seconde ($\Omega = 2\pi$ s^{-1}), un rayon de 1 m, et une masse m de 100 kg, alors F_{in} = 3944 N ≈ 4mg. Cela correspond donc à une accélération de ~ 4g.

4.5. Référentiel en rotation uniforme - Force centrifuge

- Information : application de la force centrifuge à l'entraînement des astronautes



Centrifugeuse à la Cité des étoiles (Russie)

Bras de 9 m à ~ 1 t/sec

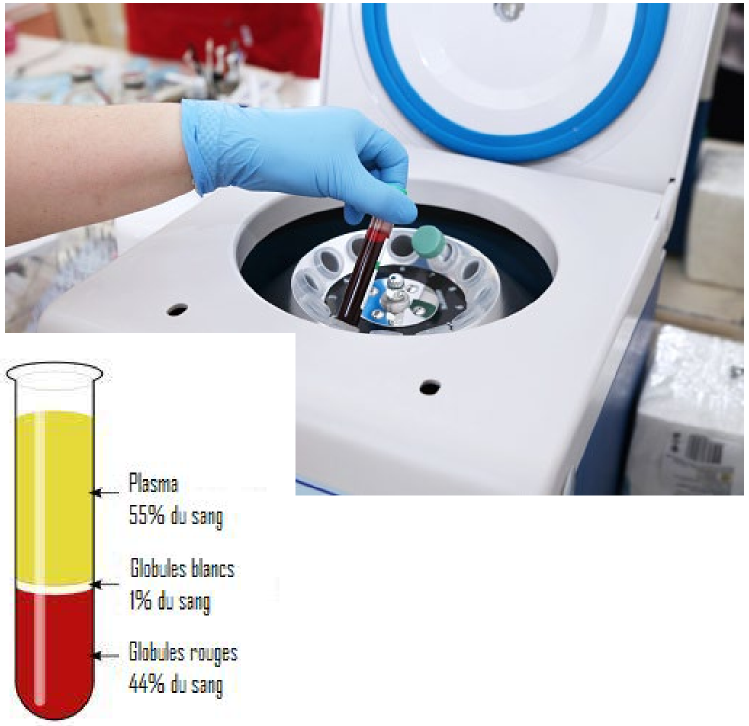
36g

4.5. Référentiel en rotation uniforme - Force centrifuge

■ Information : quelques exemples d'applications de la force centrifuge

Jus de fruits

Extrait du plasma sanguin



Combustible nucléaire